

ブール代数の公理

|           |  |
|-----------|--|
| ① べき等則    | $A + A = A$<br>$A \cdot A = A$   |
| ② 交換則     | $A + B = B + A$<br>$A \cdot B = B \cdot A$   |
| ③ 結合則     | $A + (B + C) = (A + B) + C$<br>$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$                                   |
| ④ 吸収則     | $A + (A \cdot B) = A$<br>$A \cdot (A + B) = A$   |
| ⑤ 分配則     | $A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$<br>$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$                   |
| ⑥ 二重否定    | $\overline{\overline{A}} = A$  |
| ⑦ ド・モルガン則 | $\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$<br>$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$ |
| ⑧ 単位元     | $A + 1 = 1$<br>$A \cdot 1 = A$   |
| ⑨ 零元      | $A + 0 = A$<br>$A \cdot 0 = 0$   |
| ⑩ 補元      | $A + \overline{A} = 1$<br>$A \cdot \overline{A} = 0$   |

- 論理積は論理和よりも演算順位が高い。  $A + B \cdot C = A + (B \cdot C)$
- 論理積の演算子は省略できる。  $ABC = A \cdot B \cdot C$

2 入力の真理値表の例

| A | B | Y | 論理積項                              |
|---|---|---|-----------------------------------|
| 0 | 0 | 1 | $\overline{A} \cdot \overline{B}$ |
| 0 | 1 | 0 | $\overline{A} \cdot B$            |
| 1 | 0 | 1 | $A \cdot \overline{B}$            |
| 1 | 1 | 1 | $A \cdot B$                       |

カルノー図

|   |   | A |   |
|---|---|---|---|
|   |   | 0 | 1 |
| B | 0 | 1 | 1 |
|   | 1 | 0 | 1 |

3 入力の真理値表の例

| A | B | C | Y | 論理積項   |
|---|---|---|---|--|
| 0 | 0 | 0 | 1 | $\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$ |
| 0 | 0 | 1 | 1 | $\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C$            |
| 0 | 1 | 0 | 1 | $\overline{A} \cdot B \cdot \overline{C}$            |
| 0 | 1 | 1 | 1 | $\overline{A} \cdot B \cdot C$                       |
| 1 | 0 | 0 | 0 | $A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$            |
| 1 | 0 | 1 | 1 | $A \cdot \overline{B} \cdot C$                       |
| 1 | 1 | 0 | 0 | $A \cdot B \cdot \overline{C}$                       |
| 1 | 1 | 1 | 0 | $A \cdot B \cdot C$                                  |

カルノー図

|   |   | AB |    |    |    |
|---|---|----|----|----|----|
|   |   | 00 | 01 | 11 | 10 |
| C | 0 | 1  | 1  | 0  | 0  |
|   | 1 | 1  | 1  | 0  | 1  |

カルノー図による論理式の簡単化

論理式からカルノー図を作り、カルノー図内の 1 のみを次の条件に従って四角形で囲む。

- ① 四角形の縦幅と横幅は、1、2、4 のいずれかにする。(3 は不可)
- ② 可能な限り大きな四角形で囲む。四角形同士が重なっても良い。
- ③ カルノー図の左と右、上と下は繋がっていると考える。
- ④ 四角形の数を最小にする。

|   |   | AB |    |    |    |
|---|---|----|----|----|----|
|   |   | 00 | 01 | 11 | 10 |
| C | 0 | 1  | 1  | 0  | 0  |
|   | 1 | 1  | 1  | 0  | 1  |

論理積項  $\overline{A}$       論理積項  $\overline{B} \cdot C$

$Y = \overline{A} + \overline{B} \cdot C$

各四角形において入力値が 0 または 1 の片方しか含まれない変数で論理積項を表し、すべての論理積項の論理和を求める。